

Title	The resolution of singularities of an algebraic variety(Abstract_要旨)
Author(s)	Hironaka, Heisuke
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	1963-09-17
URL	http://hdl.handle.net/2433/211146
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	none

氏 名	廣 中 平 祐 ひろ なか へい すけ
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	論 理 博 第 40 号
学位授与の日付	昭 和 38 年 9 月 17 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	The resolution of singularities of an algebraic variety (代数多様体の特異点の解消)
論文調査委員	(主 査) 教 授 永 田 雅 宜 教 授 小 堀 憲 教 授 小 松 醇 郎

論 文 内 容 の 要 旨

任意の射影代数多様体 V を与えたとき、次の二つの性質をもつ射影代数多様体 V^* は常に存在するか？

- (1) $T: V^* \rightarrow V$ なる双有理変換 T があり、 T は (V^*) で正則
- (2) V^* は特異点をもたない。

という古くからの難問がある。

著者は標数が零であるという仮定で、上の(1)、(2)だけでなく、次の(3)をも充たす V^* が存在することを、この論文で証明した。

- (3) V の単純点では T^{-1} は双正則。

これがこの論文の主定理であり、350 ページをこえるこの大論文の大部分は、この主定理の証明のために必要な予備的概念の導入、補助定理の証明に費されている。

第0章では、既知の概念の説明、問題の表現、特異点の解消の手段として、この論文で使う双有理変換の型の説明などが述べられている。

第I章では、変換の各段階で、特異点の状態を少しずつよくしていくということを考える必要上、特異点に関するいくつかの数量を定義し、また、利用する変換の詳しい性質をしらべている。

第II章で扱われる“normally flat”という概念は、この論文で導入された非常に重要な概念である。事実、中心が normally flat でないような monoidal transformation によっては、特異点の状態は一般に悪くなるのである。

中心が normally flat であれば悪くはならない。

第III章において、中心が normally flat であるような monoidal transformation によって起こる特異点の状態の変化を、第I章で導入した数量を基準にしてしらべている。そして、第IV章において主定理の証明を完結している。標数零ということが本質的に利用されているのは、この章で解析多様体のことを利用している点にある。

なお、参考論文 A note on algebraic geometry over ground rings (基礎環上の代数幾何学についてのノート) においては algebraic family を, parameter variety の座標環を基礎環にもつ多様体として表現し, その上で多様体の特殊化によって, それらの Hilbert 特性函数が不変であるための条件を求めている。これは主論文での normal flatness を導入するための大きな手がかりになっている。

論文審査の結果の要旨

この論文では, 次のことが, 標数零という仮定の下で証明されている。

任意の射影代数多様体 V が与えられたとき, 次の三つの性質をもつ射影代数多様体が存在する。

- (1) $T: V^* \rightarrow V$ なる正則双有理変換 T がある。
- (2) V^* は特異点をもたない。
- (3) T^{-1} は V の単純点では双正則である。

この問題は $\dim V=1$ のときはきわめて簡単であり, 相当古くから知られていた。 $\dim V=2$ 標数零の場合は, J. Walker (Ann. of Math. 36 (1935) pp. 336-365) によってなされ, O. Zariski (Ann. of Math, 43 (1942) pp. 583-593) によって簡単化された。 $\dim V=2$, 標数非零のときは, S. Abhyankar (Ann. of Math. 63 (1956) pp. 491-526) によって証明された。 $\dim V=3$, 標数零のときは, O. Zariski (Ann. of Math, 45 (1944) pp. 472-542) によってなされた。

以上が過去において解かれた場合のすべてである。このような問題が代数幾何学で重要であるゆえんは, 特異点をもたない, 代数多様体の場合にはうまく行くが, 特異点をもつと, 全然駄目になるという現象がよく起こる。

例えば, 交サイクルの理論は, 特異点があるとうまく行かない。

したがって, そういう事項を, 適当な, 特異点をもたない多様体に写像して考察し, それで得た結果から, もとの場合の結果を得るということは, 一つの重要な手段になってくる。

このような理由によって, この問題は, [(3) の条件は一応はずして] 多くの人によって考えられてきたのであり, 上に述べたように, $\dim V \leq 3$ までしかできていなかったのである。(標数が零でないときは $\dim V \leq 2$ まで)

著者は, 標数零の仮定の下で, すべての次元の場合に, この問題が肯定的であることを示したものであり, 非常にすぐれた業績であるといわねばならない。

よって著者の本論文は理学博士の学位論文として価値があるものと認める。